О матричной многоуровневой модели кварк-глюонной среды

А. В. Левичев

Институт Математики им. С.Л.Соболева СО РАН, 630090, Новосибирск, Россия

Читателям журнала Грани Эпохи: данная заметка – это

1)перевод с английского моей недавней публикации (http://scitecresearch.com/journals/index.php/jprm/index);

2)продолжение разговора, ведущегося на Форуме (см. на http://forum.roerich.info/showthread.php?t=10345 пост Бородина от 7.11.2016);

3)наполнение моих предыдущих гипотез (http://grani.agni-age.net/articles12/5013.htm) бОльшим 'академическим' содержанием.

Приводимая ниже точка зрения на кварки и глюоны резко расходится со 'стандартными' теоретическими представлениями о них.

Аннотация

Предлагаемая модель кварк-глюонной среды основана на цепочке канонических (т.е., по главным минорам) вложений групп: U(2) в U(3), U(2) в U(4), и т.д. Эти группы удобно называть **уровнями материи:** U(2) – нулевой (т.е., наш обычный), U(3) - первый, U(4) - второй и т.д. Уровни соответствуют **поколениям** (кварков), а **аромат** и **цвет** также вводятся строго математически. В модели получается, что кварки – это 'притопленные' (на соответствующий уровень) протоны. Глюоны вводятся исходя из протонов и антипротонов, они (на каждом уровне) могут быть интерпретированы как **цветные фотоны**. Модель совместима с обнаружением точечных компонент внутри протонов в глубоко неупругих электрон-протонных рассеяниях (и с упругим рассеянием электронов на кварках). Не все из математических следствий модели совпадают со стандартными предположениями о кварках. В частности, число цветов может зависеть от уровня. Модель предсказывает наличие трёх (новых) кварков четвёртого поколения.

1. Введение

Согласно Сигалу (Irving E. Segal, 1918-1998), фундаментальным (при моделировании частиц) является глобальное дробно-линейное действие конформной группы G=SU(2,2) на группе U(2). На основе этого действия получена, в частности, классификация элементарных частиц спина ½. Их четыре и они различаются порядком вхождения (своих пространств представлений) в композиционный ряд: $p<v_m<v_e<e$ (см. [1], [2], [3]). Отсюда – стабильность протона p (так как ему соответствует инвариантное подпространство). Эти четыре частицы были получены в рамках определённого индуцированного представления конформной группы G. Соответствие со стандартной физикой частиц было осуществлено на основе того, что стационарная подгруппа группы G в её действии на U(2) изоморфна группе Пуанкаре (с дилатациями), а мир Минковского канонически вложен в U(2).

2. Описание модели и определение аромата

Как уже было упомянуто, модель кварк-глюонной среды основана на цепочке канонических (т.е., по главным минорам) вложений групп: U(2) в U(3), U(2) в U(4), и т.д. Удобно называть их **уровнями материи:** U(2) – нулевой (т.е., наш обычный), U(3) - первый, U(4) - второй и т.д. Такая договорённость будет соответствовать общепринятой нумерации поколений кварков. Отметим, что можно было бы исходить из вложений SU(2) в SU(n), так как сразу же задаётся и вложение U(2) в U(n). Дело в том, что переход от SU(n) к U(n) осуществим снабжением матриц из группы SU(n) дополнительным числовым множителем (произвольным комплексным числом модуля 1). Именно эта переменная играет роль времени в модели U(2) - компактного космоса Сигала. Пространство-время U(2) является носителем волновой функции протона (т.е. исходно протон находится на уровне U(2)), а совокупность его возможных состояний описана вышеупомянутым формализмом Сигала.

Ниже вводятся основные положения многоуровневой модели, совместимой с обнаружением точечных компонент внутри протонов в глубоко неупругих электрон-протонных рассеяниях (см. [4]). Отметим (забегая вперёд), что модель соответствует представлению об упругом рассеянии электронов на кварках. При этом, роль кварка играет сам исходный протон: будучи ‘выбитым’ с нулевого уровня на более ‘глубокий’, он там приобретает **аромат** и **цвет** (оба этих понятия вводятся строго математически). Начнём с вложений, при которых каждая матрица Z из D=U(2) становится (тем или иным) главным минором 3 на 3 матрицы из U(3). Именно: под D_{12} понимается образ такого вложения A_{12} исходного D, что:

(1) каждая матрица Z из D является верхним 2 на 2 главным минором 3 на 3 матрицы $A_{12}(Z)$,
(2) третий элемент диагонали матрицы $A_{12}(Z)$ равен единице,
(3) остальные элементы матрицы $A_{12}(Z)$ равны нулю.

Оставшиеся два вложения, A_{13} и A_{23}, вводятся аналогично. Очевидно, что D_{12}, D_{13} и D_{23} являются U(2)–подгруппами в U(3). Напомним, что группа U(2) замкнута относительно операций комплексного сопряжения и транспонирования - симметрии относительно главной диагонали. Поэтому каждая из подгрупп D_{12}, D_{13}, D_{23} инвариантна относительно любой из этих двух операций в U(3), а перечисляя образы D_{ij} вложений достаточно брать $i < j$. Нетрудно проверить, что применение симметрии относительно второй диагонали (обозначим такую симметрию, действующую в совокупности m на m матриц через P_m) к элементу Z из U(2) даёт элемент $P_2(Z)$ из этой же U(2). Отсюда следует, что подгруппа D_{13} инвариантна относительно P_3 в U(3), в то время как $P_3(D_{12}) = D_{23}$ и $P_3(D_{23}) = D_{12}$. В этом смысле вложения A_{12}, A_{23} эквивалентны (одно переходит в другое под действием P_3). **Они соответствуют ‘наличию’ двух u-кварков в протоне, в то время как вложение A_{13} соответствует ‘наличию’ d-кварка в этом протоне.** Тем самым введён аромат кварков первого уровня (поколения).

3. Определение цвета

Перейдём к описанию формализма, моделирующего понятие цвета кварка. Напомним, что каждая матрица g_n из G_n = SU(n,n) является блочной (с образующими её n на n блоками A_n, B_n, C_n, D_n). G_n дробно-линейно действует на U(n). Начнём с вложения A_{12}. Оно выделяет верхний главный минор в рассматриваемых 3 на 3 матрицах. Другими словами, первая и вторая строки, первый и второй столбцы являются выделенными. Этот выбор естественным образом задаёт SU(2,2)-подгруппу G_{12} в G_3. Именно, каждый g_3 в G_{12} составлен из блоков A_2, B_2, C_2, D_2, исходного элемента g_2 из G_2 = SU(2,2) следующим образом: A_2 является левым верхним минором 6 на 6 матрицы g_3; D_2 является главным минором, стоящим на пересечении строк и столбцов с номерами четыре и пять; B_2 стоит на пересечении строк с номерами один, два, и столбцов с номерами четыре, пять; C_2 стоит на пересечении строк с номерами четыре, пять, и столбцов с номерами один, два.

Остальные элементы матрицы g_3 равны 1 (если на главной диагонали) или 0 (если вне главной диагонали). Аналогичным образом вводятся подгруппы G_{13} и G_{23}. Итого (если не отдавать предпочтения никакому из A_{12}, A_{13}, A_{23}), выделены (раз и навсегда) три SU(2,2)-подгруппы в G_3. Очевидным образом задаём (дробно-линейное) действие каждой из этих трёх подгрупп на каждой из подгрупп D_{12}, D_{13} и D_{23}. **Цвет** (один из трёх возможных на первом уровне) **кварка задаётся** (выбором) **одной из подгрупп** G_{12}, G_{13}, G_{23} (и её действием на соответствующей этому кварку U(2)–подгруппе в U(3)).

4. Описание более глубоких уровней и число кварков

Естественно предположить, что при (энергетически) более сильном воздействии протон может оказаться выбитым сразу на второй уровень. Рассмотрим вложения группы D=U(2) в U(4). Вот они: A_{12}, A_{13}, A_{14}, A_{23}, A_{24}, A_{34}; обозначения для этих вложений аналогичны таковым для рассмотренных выше вложений в U(3). Чтобы установить (возможные) эквивалентности, рассмотрим (определённый выше) оператор P_4. Очевидно, что A_{12} эквивалентно A_{34}, а A_{13} эквивалентно A_{24}. Каждая же из подгрупп D_{14}, D_{23}, является P_4–инвариантной. Наиболее естественным представляется соотнесение A_{23} с **s-кварком**, A_{14} - с **c-кварком**. На этом (втором) уровне A_{12} (эквивалентное A_{34}) ассоциируется с **u-кварком**, а A_{13} (эквивалентное A_{24}) – с **d-кварком**. Таким образом, на втором уровне присутствуют кварки обоих поколений. Если приписать **цвет кваркам второго поколения** аналогично тому, как это было сделано на первом уровне, то получается **шесть цветов.**

Все возможные канонические вложения группы D=U(2) в U(5) таковы: A_{12}, A_{13}, A_{14}, A_{15}, A_{23}, A_{24}, A_{25}, A_{34}, A_{35}, A_{45}. Ясно, что $P_5(D_{12}) = D_{45}$, **u-кварк**; $P_5(D_{13}) = D_{35}$, **d-кварк**; $P_5(D_{14}) = D_{25}$, **c-кварк**; $P_5(D_{23}) = D_{34}$, **s-кварк**. Каждая же из подгрупп D_{15} (**t-кварк**), D_{24} (**b-кварк**) является P_5–инвариантной. Имеется **10 цветов**.

Гипотеза (она обоснована ниже): на уровне U(6) добавляются **три новых аромата** (кварков четвёртого поколения).

Из вышеизложенного следует, что на уровне U(n) имеется n(n-1)/2 цветов. Введём m_n – число ароматов кварков, имеющихся на уровне U(n). Под [x] понимаем целую часть (вещественного) числа x.

Теорема. Если U(2)-подгруппа D_{ij} находится на уровне U(n) и не является P_n-инвариантной, то это кварк с одного из предыдущих уровней. Выполняются рекуррентная ((1)) и явная ((2)) формулы:

$$m_2 = 1,\ m_n = m_{n-1} + [n/2], \qquad (1)$$

$$m_n = \{n(n-1)/2 + [n/2]\}/2. \qquad (2)$$

Замечание. Второе слагаемое в правой части формулы (1) - это число P_n-инвариантных U(2)-подгрупп уровня. Ясно, что $m_3 = 2$, $m_4 = 4$, $m_5 = 6$, $m_6 = 9$: здесь первые три равенства соответствуют тому, что (согласно стандартным представлениям) в каждом из трёх поколений имеются кварки двух ароматов.

Доказательство теоремы следует из справедливости следующего утверждения.

Лемма. Если D_{ij} принадлежит уровню U(n) и не является P_n-инвариантной, то D_{ij} эквивалентна такой D_{pq}, что $p+q \le n$. Тем самым, D_{pq} (и D_{ij}) соответствует кварку, впервые ‘появившемуся’ на некотором уровне U(m) с m<n (такой кварк присутствует и на всех уровнях U(s), где s > m).

Доказательство (оно несложное) опускается.

5. О глюонах

На каждом уровне осуществимо моделирование **глюонов** по аналогии с тем, как Сигалом (см. [5], с. 37 и с. 56) введён фотон (т.е. на основе тензорного произведения пространств волновых функций протона и антипротона). Так как на каждом уровне многоуровневой модели введено понятие цвета ‘протона-кварка’ (а тогда есть и антицвета ‘антипротонов-антикварков’ – см. детали в Секции 6), то глюоны представлены как **цветные фотоны**. На уровне U(3) их восемь: каждый глюон характеризуется парой (цвет, антицвет) – в полном соответствии со стандартной хромодинамикой.

Понятно, что в рамках введённой многоуровневой модели расчёты сечений реакций надо проводить по новым формулам. В частности, масса каждого кварка должна быть интерпретирована в терминах энергии, необходимой для того, чтобы вложить исходный протон в соответствующую ‘ячейку’ кварк-глюонной среды.

6. Полученные результаты

Для каждого уровня U(n), n > 2, кварк (определённого аромата и цвета) определён как упорядоченная пара $((D_{pq},f), (G_{ij},c))$. Через D_{pq} обозначен образ группы U(2) при действии соответствующего главного вложения A_{pq} в U(n), f – это 1 или минус 1 (в зависимости от того, идёт ли речь о частице или об античастице), G_{ij} – определённая SU(2,2)-подгруппа в SU(n,n), c – это 1 или минус 1. Пара (D_{pq},f) называется *ароматом*, пара (G_{ij},c) называется *цветом*. ‘Неявной’ частью этого определения является конкретное пространство представления (p-пространство) с соответствующим действием группы G_{ij} в нём (см. начало Секции 1, выше). Каждый анти-кварк (формально) – это пара $((D_{pq},-f), (G_{ij},-c))$, где подгруппа G_{ij} из $(G_{ij},-c)$ в p-пространстве действует *иначе*. Именно, по комплексно-сопряжённому закону (по сравнению с действием группы G_{ij} из (G_{ij},c)), согласно способу описания анти-протона, исходя из описания протона (см. [1]). Тем самым, для анти-кварка введены понятия *анти-цвета* и *анти-аромата*. Пара цвет-антицвет (являющаяся характеристикой глюона) формально вводится как $((G_{ij},c), (G_{sk},-c))$.

7. Выводы и обсуждение

Насколько известно автору, данная много-уровневая модель является единственной, в которой такие понятия (теоретической физики) как аромат и цвет введены строго математически. Представляется, что наличие бесконечного числа поколения не является особой проблемой: каждое поколение соотносится с определённым интервалом энергий. Возможно, что уже скоро будут обнаружены кварки 4-го поколения (см. нашу Гипотезу в Секции 4). Более значительное несоответствие с современными представлениями – это зависимость числа цветов от уровня, в то время как стандартное предположение: их 3. Собственно говоря, и данную модель можно «подправить вручную», сведя число цветов к трём (тем, что появились на уровне U(3)). С другой стороны, желательно соотнести исходную много-уровневую модель с экспериментом, не вводя такого ограничения. Для этого необходимо разработать новые формулы расчёта сечений реакций. В то же время число ароматов (вплоть до третьего поколения) в модели соответствует стандартному – т.е. два аромата в каждом поколении. Недавно автору стало известно о ведущихся попытках обнаружения ДВУХ кварков четвёртого поколения. Модель же предсказывает, что их должно быть ТРИ.

Литература

[1] Segal, I.E., Is the cygnet the quintessential baryon? *Proc. Natl. Acad. Sci.*, 88 (1991), 994-998.

[2] Levichev, A.V., Segal's chronometry: emergence of the theory and its application to physics of and interactions, in: *The Search for Mathematical Laws of the Universe: Physical Ideas, Approaches and Concepts*, eds. M.M.Lavrentiev and V.N.Samoilov (Novosibirsk: Academic Publishing House), Novosibirsk (2010), 69-99, in Russian.

[3] Levichev, A.V., Pseudo-Hermitian realization of the Minkowski world through DLF theory, *Physica Scripta*, 83 (2011), 1-9. http://iopscience.iop.org/article/10.1088/0031-8949/83/01/015101

[4] M. Breidenbach, J.I. Friedman, H.W. Kendall [et al.], *Phys. Rev. Lett*. 23 (1969), 935-948.

[5] Paneitz, S.M., Segal, I.E., Vogan, D.A.Jr., Analysis in space-time bundles IV, *Journal of Funct. Anal.* 75 (1987), 1-57.